Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{x}{\ln(x)}$ para $x > 0, x \neq 1$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) **[1'25 puntos]** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) **[1'25 puntos]** Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 2.- **[2'5 puntos]** Sea $g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$g(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}.$$

Determina la primitiva de g cuya gráfica pasa por el punto $P(1, 0)$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{x}$.

Ejercicio 3.- Sean

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

a) **[1'25 puntos]** Determina el rango de A según los valores del parámetro m.

b) **[0'75 puntos]** Discute el sistema $AX = B$ según los valores del parámetro m.

c) **[0'5 puntos]** Resuelve el sistema $AX = B$ para $m = 1$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 2, 1), B(-1, 0, 2)$ y $C(3, 2, 0)$ y el plano π determinado por ellos.

a) **[1'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta r que está contenida en π y tal que A y B son simétricos respecto de r.

b) **[0'75 puntos]** Calcula la distancia de A a r.

Instrucciones:
a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{k}{(x-a)(2x-1)}$ para $x \neq a$ y $x \neq \frac{1}{2}$.

a) [**1 punto**] Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(0,2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.

b) [**1'5 puntos**] Para $k = 4$ y $a = 2$, halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{sen}(2x)\, dx$.

Ejercicio 3.- Sean A y B las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{y } B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}.$$

a) [**1'25 puntos**] Calcula las matrices X e Y para las que $2X - Y = A$ y $X - 3Y = B$.

b) [**1'25 puntos**] Halla la matriz Z que verifica $B^2 + ZA + B^t = 3I$ (I denota la matriz identidad y B^t la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x &= 2 - 3\lambda \\ y &= 3 + 5\lambda \\ z &= \lambda \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x + y - 1 &= 0 \\ z - 5 &= 0 \end{cases}$$

a) [**1 punto**] Determina la posición relativa de r y s.

b) [**1'5 puntos**] Calcula la distancia entre r y s.
